José Antonio de la Peña

ESTRUCTURA Y FORMA EN LA NATURALEZA

DISCURSO DE INGRESO

Jaime Urrutia Fucugauchi

RESPUESTA

El Colegio Nacional

ESTRUCTURA Y FORMA EN LA NATURALEZA

José Antonio de la Peña

José Antonio de la Peña

ESTRUCTURA Y FORMA EN LA NATURALEZA

DISCURSO DE INGRESO

(24 de marzo de 2017)

SALUTACIÓN

Alejandro Frank

RESPUESTA

Jaime Urrutia Fucugauchi

EL COLEGIO NACIONAL

México, 2017

QA36
P45 2017
Peña, José Antonio de la, 1958-
Estructura y forma en la naturaleza : discurso de ingreso, 24 de marzo de 2017 / José Antonio de la Peña ; salutación de Alejandro Frank ; respuesta de Jaime Urrutia Fucugauchi. — Primera edición. — México : El Colegio Nacional, 2017.
89 páginas : ilustraciones ; 17.5 centímetros.
ISBN 978-607-724-266-6

1. Matemáticas en la naturaleza. I. Frank, Alejandro, 1951-. II. Urrutia Fucugauchi, Jaime, 1952-. III. Título. IV. El Colegio Nacional.

Primera edición: 2017

Luis González Obregón 23, Centro Histórico
06020, Ciudad de México
Teléfono: 5789 4330

ISBN: 978-607-724-266-6

Impreso y hecho en México
Printed and made in Mexico

Correos electrónicos:
publicaciones@colnal.mx
editorial@colnal.mx
contacto@colnal.mx
www.colnal.mx

PALABRAS DE SALUTACIÓN

Alejandro Frank

Muy buenas noches, mi nombre es Alejandro Frank y tengo el honor de fungir hoy como presidente en turno de El Colegio Nacional. Quiero decir que me enorgullece hacerlo en esta ceremonia solemne, en que sus compañeros recibimos a José Antonio de la Peña como uno de nosotros, en este Colegio creado por el Gobierno de la República en el año de 1943.

En un principio, mi intención es la de mencionar el trabajo, la participación de dos matemáticos que estuvieron anteriormente en este Colegio. Ellos son: José Adem, quien dejó una huella indeleble como investigador en la UNAM y el Cinvestav, y marcó la pauta de cómo hacer ciencia en México; publicó unos trabajos de una calidad indiscutible y fue una figura universalmente respetada. Adem ofreció su lección de ingreso cuando aún no cumplía 39 años.

Guillermo Haro, quien contestó el discurso de ingreso de José Adem, señaló lo siguiente: "A la matemática pura a la que se dedica Adem, es esa rama del conocimiento", y dijo con humor, "que Bertrand Russell ha llamado 'ciencia en donde no se sabe ni de qué se habla ni si lo que se dice es verdadero'. En realidad lo cierto es exactamente lo contrario. Las matemáticas puras son, tal vez la única rama del conocimiento en que el paulatino acercamiento a la verdad o falsedad de los teoremas y conjeturas avanza con firmeza, excepto por algunas tercas excepciones que los amantes de este maravilloso lenguaje confiamos que terminarán cediendo también".

El otro matemático, el recientemente desaparecido Samuel Gitler, su vida profesional y la de Adem tienen paralelismos importantes. Ambos obtuvieron su doctorado en la Universidad de Princeton, ambos participaron activamente en el desarrollo del departamento de matemáticas del Cinvestav, dando inicio a lo que se considera el periodo de la profesionalización de las matemáticas en México. Además de realizar importantes investigaciones en forma conjunta. En estos años se sentaron las bases de la Escuela Mexicana de Topología.

Dentro de las tal vez mal llamadas ciencias exactas, José Antonio de la Peña será el decimosexto miembro y el centésimo si consideramos el total de los miembros que ha tenido El Colegio Nacional hasta el día de hoy.

Lo que entre otras cosas lo hace el miembro centésimo y facilita el cálculo del porcentaje de su especialidad dentro del total de las disciplinas representadas en esta institución. Únicamente 3%. Como dice mi amigo Paco Bolívar, no hay ciento malo.

Este modesto porcentaje está lejos de reflejar la importancia del pensamiento y las herramientas matemáticas en las ciencias físicas y naturales, así como en las ciencias sociales y humanidades, y en forma creciente en las artes.

Las matemáticas son, en un sentido muy profundo, el lenguaje de la naturaleza y se ligan íntimamente con nuestros conceptos de belleza, balance y armonía: la simetría en la naturaleza y con las creaciones de la mente humana.

A este extraordinario fenómeno Eugene Wigner, Premio Nobel de Física, y maestro y mentor del gran físico mexicano: Marcos Moshinsky, llamaba "la irrazonable efectividad de las matemáticas".

Albert Einstein, el más grande de los físicos del siglo XX nos legó otra frase que nos habla de su manera de sentir las matemáticas. "Las matemáticas puras son de cierta manera la poesía de las ideas lógicas".

No me toca a mí tener el honor de presentar a mi amigo José Antonio de la Peña, ya que el doctor Jaime Urrutia será quien conteste a su lección inaugural.

Esta sesión se encuentra lista, entonces, para escuchar las palabras del miembro número 100 en la historia de El Colegio Nacional y tercer matemático que ingresa en estos casi 74 años de existencia, con su conferencia: Estructura y forma en la naturaleza. Doctor José Antonio de la Peña.

ESTRUCTURA Y FORMA EN LA NATURALEZA

José Antonio de la Peña

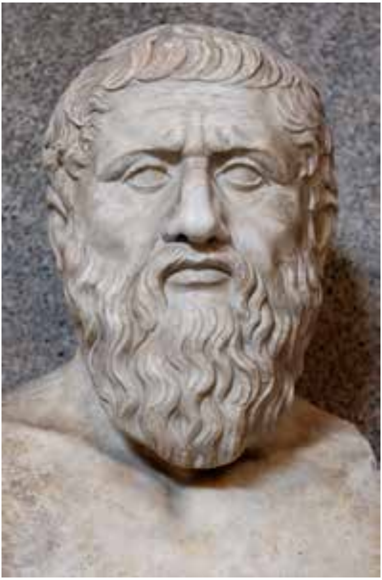
Dedicado a la memoria
de Samuel Gitler

A todos aquellos cuyo cariño facilitó
el camino hasta aquí

El más grande matemático de todos los tiempos, Carl Friedrich Gauss se refería a la matemática como 'la reina de las ciencias'. Tanto en el latín original *Scientiārum Regīna*, así como en el alemán *Königin der Wissenschaften*, la palabra ciencia debe ser interpretada como (campo de) conocimiento.

El estudio de los objetos matemáticos contando con una realidad tangible, independiente del pensamiento y del pensador, se remonta al menos a Platón y a la Escuela Helénica. Desde entonces el mundo físico se entiende y se expresa por medio de relaciones de cantidades numéricas asociadas a las cosas del mundo. Los padres de la ciencia moderna, Kepler y Galileo pensaban que "las matemáticas son el lenguaje con el que Dios escribió el universo".

El empirismo matemático puede trazarse a la obra de John Stuart Mill, para quien los concep-



Platón

Carl Gauss

tos matemáticos proceden del mundo físico y las verdades de la matemática son verdades acerca del mundo físico, aunque de un carácter más general. Las verdades matemáticas serían las verdades más generales de todas (Dummett, 1998). "El cuasi-empirismo postula que para entender y explicar las matemáticas no basta con analizar su estructura lógica ni su lenguaje sino que hay que estudiar su práctica real, la manera en que efectivamente las aplican los matemáticos, las enseñan los profesores y las aprenden los estudiantes, su historia, las revoluciones que ocurren en ellas, los paradigmas y los programas que dominan, las comunidades de matemáticos, el tipo de retórica que se emplea en ellas y el papel que juega el conocimiento matemático en las distintas sociedades y culturas" (Lakatos, 1956).

Imre Lakatos, matemático y filósofo húngaro, tal vez el pensador más influyente de la segunda mitad del siglo XX, plantea que la supuesta necesidad lógica (o verdad *a priori*) de las matemáticas deriva de que nos hemos olvidado, no conocemos o no valoramos adecuadamente el proceso de pruebas y refutaciones informales, siempre falibles, por medio del cual se llega a las pruebas formales que después

Imre Lakatos

Hilary Putnam

dan lugar a las axiomatizaciones. Lakatos propone que: 1) las pruebas formales son falseables por medio de las pruebas informales; 2) el proceder de las matemáticas no es axiomático, como plantean los formalistas, sino basado en una sucesión de pruebas y refutaciones que sólo llegan a resultados falibles; 3) el intento de proveer de fundamentos a las matemáticas conlleva un retroceso al infinito; 4) la historia de las matemáticas debe ser estudiada no a través de teorías aisladas sino de series de teorías o, mejor aún, de programas de investigación que incluyen un núcleo firme no falseable y un cinturón protector de hipótesis auxiliares que sí son falseables, pero que son modificables; 5) debemos preferir no el programa matemático que esté completamente axiomatizado sino el que sea progresivo, esto es, el que permita descubrir hechos nuevos e inesperados. Este programa educativo de Lakatos es a tal grado relevante que su libro *Pruebas y refutaciones* debería ser de lectura obligada para todo prospecto a científico.

Hilary Putnam, matemático y filósofo norteamericano de gran influencia, apenas fallecido el año pasado, parte del holismo de las teorías y la naturalización de la epistemología, pero también, como su maestro Reichenbach, del impacto de la física moderna en nuestra concepción de la ciencia y de la realidad. En las matemáticas, según Putnam, hay un juego entre postulación, pruebas informales o cuasi-empíricas y revolución conceptual. Putnam reconoce que las matemáticas no son ciencias experimentales y que son más *a priori* que, por ejemplo, la física, sin embargo señala que la distinción entre lo *a priori* y lo *a posteriori* es más bien relativa: que algo sea *a priori* significa, simplemente, que juega un papel fundamental en nuestra concepción del mundo o en nuestra forma de vida y que, por tanto, no estamos dispuestos a renunciar a ello.

Muchos filósofos afirman que las matemáticas no son experimentalmente falseables, y, por ello, no es una ciencia según la definición de Karl Popper. No obstante, en la década de 1930 una importante labor en la lógica matemática demuestra que las matemáticas no pueden reducirse a la lógica, y Karl Popper llegó a la conclusión de que "la mayoría de las teorías matemáticas son, como las de física y biología, hipotético-deductivas. En consecuencia, las matemáticas puras se han vuelto más cercanas a las ciencias naturales cuyas hipótesis son conjeturas".

Una visión alternativa es que determinados campos científicos (como la física teórica) son matemáticas con axiomas que pretenden corresponder a la realidad. En cualquier caso, las matemáticas tienen mucho en común con muchos campos de las ciencias físicas, especialmente la exploración de las consecuencias lógicas de las hipótesis. La intuición y la experimentación también desempeñan un papel importante en la formulación de conjeturas en las matemáticas y las otras ciencias. Las matemáticas experimentales siguen ganando espacios dentro de las matemáticas. El cálculo y la simulación juegan un papel cada vez mayor en las ciencias y en las matemáticas, atenuando la objeción de que las matemáticas no se sirven del método científico. En 2002, Stephen Wolfram sostiene, en su libro *Un nuevo tipo de ciencia*, que la matemática computacional merece ser explorada empíricamente como un campo científico.

"El Universo parece haber sido diseñado por un matemático puro", metaforizó el físico James Jeans (1877-1946). "¿Cómo es posible que la matemática, un producto del pensamiento humano independiente de la experiencia, se ajuste de modo tan perfecto a los objetos de la realidad física?", preguntó Albert Einstein (1879-1955). "El milagro de la articulación entre el lenguaje, la matemática y la formulación de las leyes de la física es incomprensible y hasta de una exclusividad inmerecida para nosotros los físicos: valdría la pena extenderlo a todas las ramas del conocimiento", opinó el físico Eugene Wigner (1902-1995) y este comentario perduró como el de "la irrazonable eficacia de la matemática".

Entonces, ¿qué son las matemáticas?, ¿el código de la realidad a descifrar mediante la capacidad intelectual humana?, ¿un producto que, por humano, necesariamente debe resonar con los modos inhumanos de la Naturaleza? "Y si las matemáticas son completamente una invención del hombre —se pregunta el físico Mario Livio—, ¿cómo pueden tener validez universal? Las civilizaciones extraterrestres inteligentes, ¿inventarían las mismas matemáticas o la nuestra sólo sería un saber entre varios posibles?" Por otra parte, el matemático Israil Gelfand razona: "Sólo hay una cosa que es más inexplicable que la inexplicable eficacia de la matemática en física, y es su inexplicable ineficacia en biología". En efecto, el físico Richard Feynman dice: "En aquel momento descubrí algo sobre la biología: era muy fácil encontrar una pregunta que fuera muy interesante y que nadie supiera contestar. En física tenías que profundizar un poco más para poder encontrar una pregunta interesante que la gente no supiera contestar".

En cuanto a las pasmosas propiedades intelectuales de las matemáticas, Eric T. Bell, el más famoso historiador de las matemáticas nos dice: "Hay cosas extrañas en la naturaleza, y tal vez la más extraña sea que las maravillas de las matemáticas puedan ser concebidas por animales tan parecidos a los simios".

En conclusión, nuestra posición filosófica se enmarca en el *Platonismo simplón*: para nosotros, las matemáticas se descubren, de manera que hacer matemáticas es parte del quehacer humano de la ciencia.

Dos palabras más acerca del título: la forma, es la apariencia, la configuración externa de un objeto, en contraposición con la materia, de la que está hecho. En el Platonismo, la dualidad entre forma y materia es aceptada generalmente. Para Platón, forma es la idea (del griego *eidos*), la esencia de la cosa.

La *estructura matemática* de un objeto es una lista de operaciones y las relaciones entre ellas, generalmente dadas por axiomas. El *objeto de estudio de las matemáticas* son las estructuras que aparecen (sin cambios) en diferentes contextos científicos (*invarianza*).

La lista de Hilbert y la conjetura de Kepler

En el Congreso de Matemáticos en 1900, David Hilbert introdujo su famosa lista de 23 problemas.

Entonces dijo que el test de la "perfección" para un problema matemático es si podía explicarse a la primera persona en la calle. Luego de más de 100 años, no todos sus problemas se han puesto a prueba. Hace unos años el problema 18 se puso a prueba:

¿Hay una manera de hacer una pila de naranjas *más densa* que la que se encuentra en el mercado? (que llena 74% del espacio).

La *conjetura de Kepler* fue formulada por el físico, matemático y astrónomo Johannes Kepler

en 1611. Esta conjetura afirma que si apilamos esferas iguales, la densidad máxima se alcanza con un apilamiento piramidal de caras centradas. Esta densidad es aproximadamente de 74 %.

En 1998 (¡390 años después de enunciada!) Thomas Hales anunció que había demostrado la conjetura de Kepler. Fue publicada en *Annals of Mathematics*. La comprobación de Hales es una demostración por casos en la que se prueban agrupamientos mediante complejos cálculos de computadora. Hales formuló una ecuación de 150 variables que recogía cinco mil posibles agrupamientos de esferas iguales.

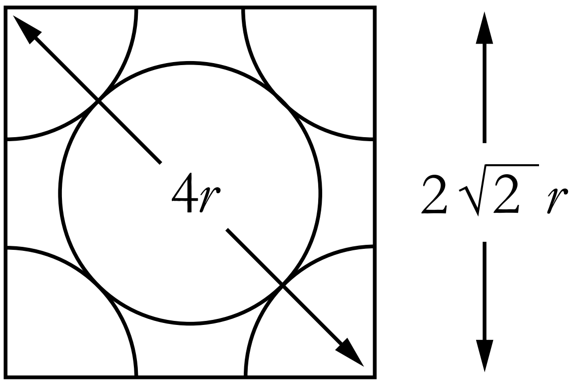
Johannes Kepler

Thomas Hales en 1998

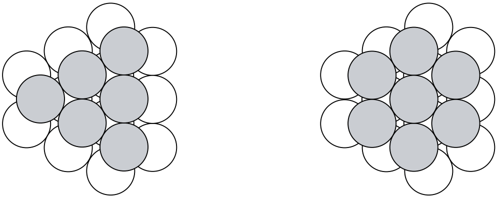
La pila piramidal de naranjas se llama *empaquetamiento cúbico centrado en caras* o el *empaquetamiento de balas de cañón*. (El nombre proviene del s. XVI en un memorial bélico en Munich.) La fama del problema creció con el tiempo. Sir Walter Raleigh pidió a su asistente Thomas Harriot el cálculo de la fórmula del número de balas por empaquetamiento, que Harriot obtuvo.

Hay dos formas ideales de colocar un "piso" sobre otro.

El volumen cubierto por cada empaquetamiento (densidad) es $\frac{\pi}{\sqrt{18}} \approx 0.74$ como se obtiene esencialmente del siguiente dibujo:



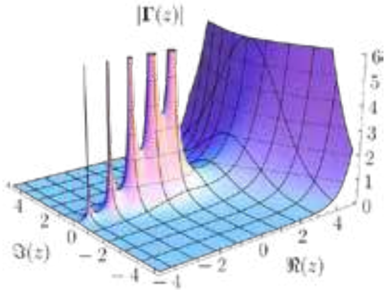
En 1611, Kepler escribió *El copo de nieve de 6 esquinas* que influenció la cristalografía por 200 años. Ahí enuncia



su conjetura. Gauss la prueba en caso de que los centros de las balas formen un latiz (= arreglo de distancias fijas). Hales prueba la conjetura en 1998, reduciéndola a la consideración de 5 000 casos a ser resueltos por computadora.

Un invariante importante en la prueba de Hales es la constante de *Hermite.* Ésta determina cuál es el vector más corto en los latices en el espacio euclideano (n-dimensional). La constante γ_n para enteros $n > 0$ se define como sigue: Para un latiz L en el espacio euclideano $\mathbf{R}^n$ de covolumen unitario, i.e. vol $(\mathbf{R}^n/L) = 1$, sea $\lambda_1(L)$ el valor propio de menor longitud de L. Entonces $\sqrt{\gamma_n}$ es el máximo de $\lambda_1(L)$ sobre todos los latices L.

Una cota sencilla es: $\gamma_n \leq \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1/2}$. Otra estimación más exacta es: $\gamma_n \leq \left(\frac{2}{\pi}\right)\Gamma\left(2+\frac{n}{2}\right)^{2/n}$ (Hans Blichfeldt), donde $\Gamma(x)$ es la función gamma de Riemann.[1] Un ploteo del valor absoluto de $\Gamma(z)$ da una mejor idea de la función:



[1] La *función gamma* (denotada como Γ) es una función que extiende el concepto de factorial a los números complejos, así: $\Gamma(n) = (n-1)!$

Si la parte real del número complejo z es positiva, entonces la integral

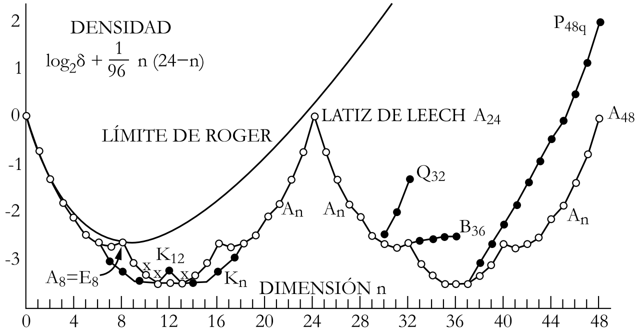
$$\Gamma(z) = \int_0^1 (-\log t)^{z-1}\, dt$$

converge absolutamente, como fue propuesto por Euler en 1730. Esta integral puede ser extendida a todo el plano complejo, excepto a los enteros negativos y al cero.

La expresión analítica de la densidad del empaquetamiento es importante (y no trivial de obtener):

Empaquetamiento	*Analítica*		*Referencias*
Menor densidad	—	0.0555	Gardner (1966)
Latiz tetraédrico	$\frac{\pi\sqrt{3}}{16}$	0.3401	Hilbert and Cohn-Vossen (1999)
Latiz cúbico	$\frac{\pi}{6}$	0.5236	
Latiz hexagonal	$\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$	0.6046	
Aleatorio	—	0.6400	Jaeger and Nagel (1992)
Empaquetamiento cerrado cúbico	$\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$	0.7405	Steinhaus (1999), Wells (1986; 1991)
Empaquetamiento cerrado hexagonal	$\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$	0.7405	Steinhaus (1999), Wells (1986; 1991)

Una gráfica de la densidad máxima δ conocida para empaquetamientos en dimensión $n \leq 48$ es interesante:



La relación entre estos valores e invariantes asociados a formas cuadráticas es de consideración (y nos pone a tiro de piedra de temas trabajados por el autor). Considere la forma cuadrática

$$f = a\,x^2 + 2b\,xy + c\,y^2$$

con determinante

$$D = ac - b^2 > 0$$

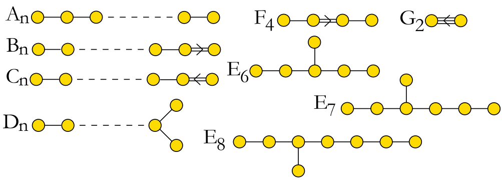
dado, no así los coeficientes a, b, c; también tenemos que x, y son enteros.

¿Cuál es el valor absoluto más pequeño para f? Si designamos por $[f]$ el mínimo valor absoluto de f, tenemos:

$$[f] \leq 2/\sqrt{3}$$

con un máximo alcanzado para la forma cuadrática $x^2 + xy + y^2$ (que es positiva definida).

Las formas cuadráticas positivas definidas están íntimamente ligadas a los *diagramas de Dynkin.*



Así, por ejemplo, al diagrama F_4 le corresponde la forma

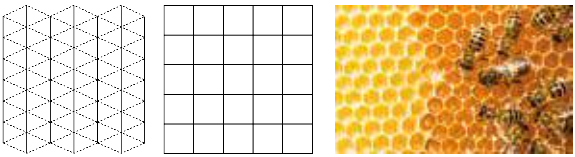
$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - x_1x_2 - \tfrac{1}{2}x_2x_3 - x_3x_4 =$$

$$= (x_1 - \tfrac{1}{2}x_2)^2 + \tfrac{3}{4}(x_2 - \tfrac{2}{3}x_3)^2 + \tfrac{2}{3}(x_3 - \tfrac{1}{2}x_4)^2 + \tfrac{5}{6}x_4^2$$

que, completando cuadrados por el método de Lagrange, resulta positiva definida, como habíamos indicado.

Un hecho de por sí sorprendente es la aparición de los diagramas Dynkin en temas tan lejanos entre sí de las matemáticas como pueden serlo los sólidos platónicos, la teoría de singularidades, las álgebras de Lie, las formas cuadráticas y la teoría de representaciones.

Panales de abejas y sólidos platónicos. Un panal de abejas está formado por una red de celdas hexagonales. ¿Por qué no triángulos o cuadrados? ¿Por qué las diligentes abejas no tienden a hacer lo aparentemente más sencillo?



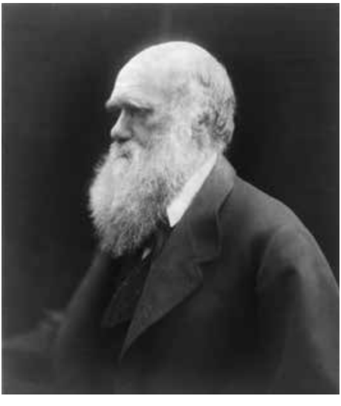
¿Cuál es el problema que resuelven las abejas al construir sus panales? Lo que "desean" es construir los panales desperdiciando la menor cantidad de miel en levantar las paredes. Visto así, el problema es de optimización: ¿cuál es la mejor división del plano en celdas iguales –igual área– y menor perímetro total? La respuesta, era evidente, la división hexagonal dada en el panal. El primer enunciado de la conjetura es del 36 a.C. por Marcus Terentius Varro, aunque es atribuida a Pappus (200 años antes). Fue demostrada en 1999 por Thomas C. Hales (sí, el Hales de las balas de cañón). Luego de más de 2 mil años de "conocerse" la solución. ¿Dónde radica el problema?

No, ciertamente, con las abejas. La "sapienza" con la que las abejas resuelven sus problemas siempre ha asombrado a la gente observadora. El siguiente es un fragmento de un relato de Edgar Allan Poe:

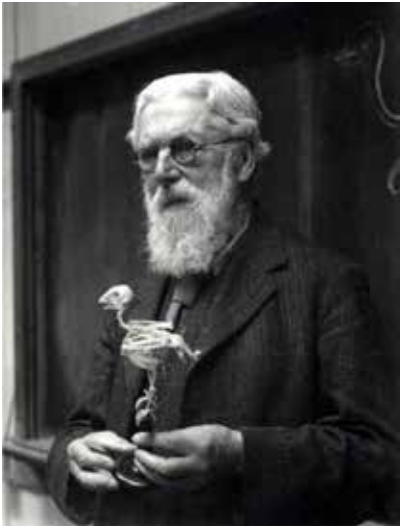
> Abandonando aquella tierra, llegamos en seguida a otra, en la que las abejas y los pájaros son matemáticos de tanto genio y erudición que diariamente dan lecciones científicas de geometría a los sabios del imperio. El rey de aquel lugar ofreció una recompensa por la solución de dos problemas muy difíciles; problemas que fueron resueltos al momento: uno por las abejas y otro por los pájaros; pero el rey guarda su solución en secreto y, sólo tras muchas discusiones y trabajo y la escritura de voluminosos libros durante una serie de años, llegaron los hombres matemá-

ticos finalmente a soluciones idénticas a las dadas por las abejas y por los pájaros. (E.A. Poe, "El cuento mil y dos de Sherezada", en *Arthur Gordon Pym y otros relatos).*

Charles Darwin llevó a cabo una serie de experimentos simples sobre los panales, introduciendo bloques de cera gruesa o delgadas películas de color. De esta manera Darwin demostraba que las abejas eran sensibles al trabajo que otras abejas efectuaban sobre las mismas paredes de la colmena. Tampoco sabía, sin embargo, el porqué de la forma de los panales.

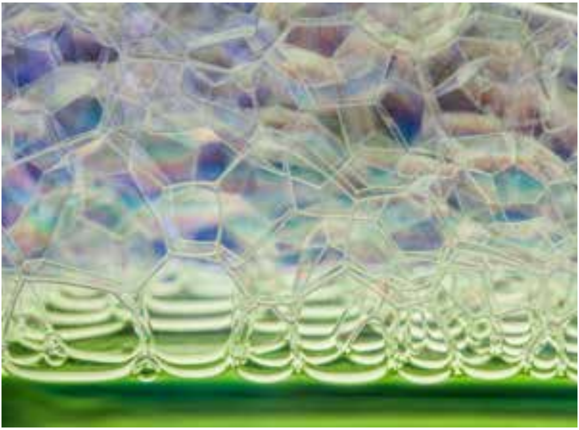


Charles Darwin



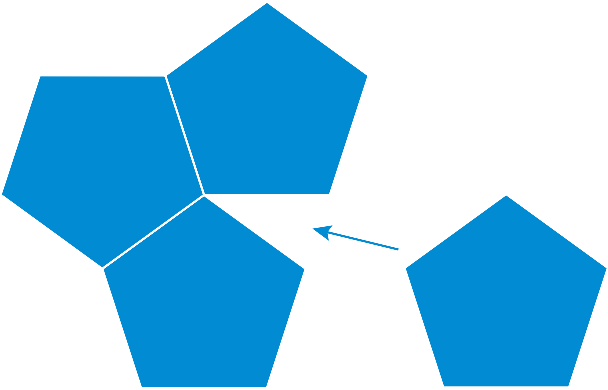
D'Arcy Thompson

En su libro clásico *Sobre el crecimiento y la forma* (que este año cumple100 años de publicado), D'Arcy Thompson señala que la cera de panal está caliente y un poco líquida al terminar las abejas su trabajo, lo que ocasiona efectos de tensión que juegan un papel en la forma final del panal. El mismo efecto causa que las pompas de jabón busquen su forma natural y minimicen el área superficial.



Una sola capa de burbujas contiene sobre todo burbujas hexagonales, aunque no todas ellas son hexágonos perfectos (algunas tienen 5 o 7 lados). En las uniones siempre coinciden 3 burbujas formando ángulos de 120.

Algunas formas pueden descartarse en un panal de abejas. Por ejemplo, celdas pentagonales. El *pentamerismo*, es la condición de un organismo de poseer una simetría axial de tipo pentagonal, 72° cada parte. Entre los animales, sólo los equinodermos tienen este tipo de simetría cuando son adultos (como larvas, tienen simetría bilateral).



Las propiedades de los poliedros regulares, llamados también *sólidos platónicos*, son conocidas desde la antigüedad clásica, Timeo de Locri, en el diálogo de Platón dice:

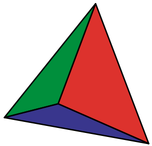
> El fuego está formado por tetraedros; el aire, de octaedros; el agua, de icosaedros; la tierra de cubos; y como aún es posible una quinta forma, Dios ha utilizado ésta, el dodecaedro pentagonal, para que sirva de límite al mundo.

Fuentes (como Proclo) atribuyen a Pitágoras su descubrimiento. Otra evidencia sugiere que sólo estaba familiarizado con el tetraedro, el cubo y el dodecaedro, y que el descubrimiento del octaedro y el icosaedro pertenecen a Teeteto, un matemático griego contemporáneo de Platón. En cualquier caso, Teeteto dio la descripción matemática de los cinco poliedros y es posible que fuera el responsable de la primera demostración de que no existen otros poliedros regulares convexos.

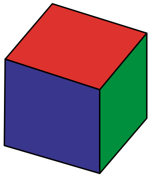
Cada sólido platónico puede definirse por una pareja de números

$\{p, q\}$ donde

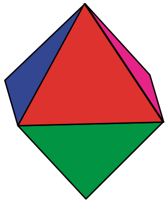
Los cinco sólidos platónicos



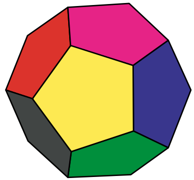
El Tetraedro



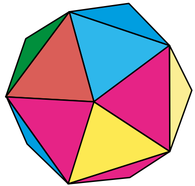
El Cubo



El Octaedro



El Dodecaedro



El Icosaedro

Estos cinco sólidos regulares descubiertos por los matemáticos griegos antiguos son:

El Tetraedro:	4 vértices	6 aristas	4 caras	cada uno con 3 lados
El Cubo:	8 vértices	12 aristas	6 caras	cada uno con 4 lados
El Octaedro:	6 vértices	12 aristas	8 caras	cada uno con 3 lados
El Dodecaedro:	20 vértices	30 aristas	12 caras	cada uno con 5 lados
El Icosaedro:	12 vértices	30 aristas	20 caras	cada uno con 3 lados

Los sólidos son regulares porque el mismo número de lados se reúnen en los mismos ángulos en cada vértice y los polígonos idénticos se encuentran en los mismos ángulos en cada borde.
Estos cinco son los únicos poliedros regulares posibles.

p = número de aristas por cara (o número de vértices por cara).

q = número de caras en cada vértice.

$\{p, q\}$, se llama el símbolo de *Schläfli, y da una descripción* combinatoria del poliedro.

El número de vértices (V), aristas (E) y caras (F), puede determinarse de $\{p, q\}$ de la siguiente manera:

Como cada arista une dos vértices y dos caras determinan una arista:

$$pF = 2E = qV.$$

La otra relación fundamental entre estos números es la *fórmula de Euler:*

$$V + F - E = 2.$$

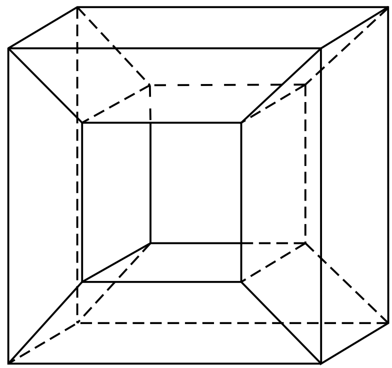
Esta simple relación, puede demostrarse por inspección de cada poliedro, o bien, como lo hizo Euler, usando *topología*. Esta prueba es la "fundadora" de la topología algebraica, rama importantísima de las matemáticas contemporáneas.

¿Más y más poliedros regulares?

Otro ejemplo de Lhuilier (1812) en que:

$$C + V - A = 0$$

¿Estos ejemplos son realmente poliedros regulares?



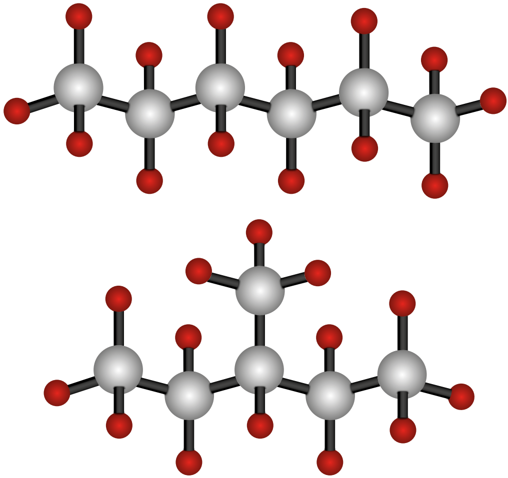
Posibles problemas:
- estructura no convexa (líneas entre dos puntos del cuerpo no están plenamente contenidas en él);
- caras no simplemente convexas (con agujeros);
- caras que no son polígonos regulares.

Definiciones discrepantes y no de acuerdo en la validez del Teorema de Euler a lo largo del siglo XIX.

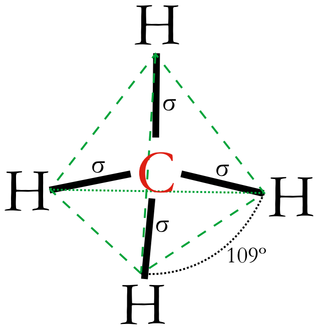
Pero no sólo en matemáticas los sólidos platónicos juegan un papel fundacional. Son precursores de la química moderna. En efecto, el *atomismo* es el principio básico de la química científica. Precede a Platón y sólo se retomó en el siglo XVIII con Lavoisier. Cada elemento clásico (aire, tierra, agua y fuego) estaba asociado a un sólido. Cada sólido está constituido de caracteres indivisibles, los triángulos de las caras. Estos triángulos son de dos especies: triángulos isósceles y triángulos rectos escalenos. De esta forma, los "químicos" de la escuela platónica pensaban en realizar experimentos del tipo:

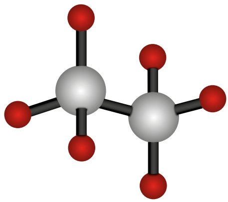
3 fuegos + 1 agua = 2 aires + 1 tierra.

Pero los orígenes de la química moderna son más recientes: Friedrich Wölher sintetizó la urea en 1856, a partir del inorgánico amonio cianato NH_4OCN rompiendo con la idea de que los compuestos orgánicos contenían un "alma". En 1858 Kekulé explica la estructura de las moléculas orgánicas como cadenas de carbonos con algunos enlaces a otros átomos. Este proceso de estructuración se llama *polimerización*.



En 1862, Alexander Butlerov describe el enlace tetravalente del carbono. En efecto, el carbono (C) tiene cuatro electrones de enlace de valencia. Al igual que otros no metales, el carbono necesita ocho electrones para completar su envoltura de valencia. Por consiguiente, el carbono forma cuatro enlaces con otros átomos (cada enlace representa a uno de los electrones de carbono y uno de los electrones del átomo que se enlazan). Estos enlaces forman un tetraedro y dan capacidad al carbono de formar cadenas.





Así, la serie de los Alcanos se constituye por moléculas con C y H formando cadenas (1) arbóreas y (2) conexas.

Fórmula	*Nombre*
CH_4	Metano
CH_3-CH_3	Etano
$CH_3-CH_2-CH_3$	Propano
$CH_3-CH_2-CH_2-CH_3$	Butano
$CH_3-(CH_2)_3-CH_3$	Pentano

Fórmula	*Nombre*
$CH_3-(CH_2)_4-CH_3$	Hexano
$CH_3-(CH_2)_5-CH_3$	Heptano
$CH_3-(CH_2)_6-CH_3$	Octano

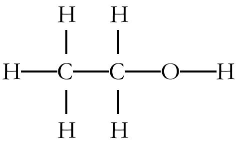
Teorema: La estructura de alcanos es $C_n H_{2n+2}$

Demostración: digamos que tiene estructura $C_n H_q$ para un total de $V = n + q$ vértices. Al ser la molécula un árbol conexo, se tiene además, $A = V - 1$ aristas.

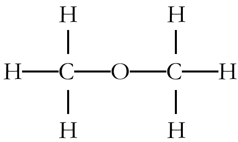
Los átomos de carbono tienen 4 vecinos y los de hidrógeno 1, entonces:

$$\begin{aligned} 4n + q &= 2A \text{ (cada arista es contada dos veces)} \\ &= 2(V-1) = 2n + 2q - 2 \\ q &= 2n + 2. \qquad\qquad \text{QED} \end{aligned}$$

El químico Scott Couper introduce en la década de 1860 la notación estructural. El influyente químico Alexander Mijailovich Butlerov apoyó el nuevo sistema. Durante la década de 1860 señaló cómo el uso de la notación estructural explicaba la existencia de isómeros. Como el alcohol etílico y el éter dimetílico.

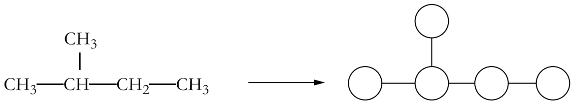


alcohol etílico



éter dimetílico

Los años siguientes, matemáticos de renombre desarrollaron fórmulas para calcular el número de isómeros de compuestos más complicados.



Así, por ejemplo, el alcano $C_n\ H_{n+2}$ tiene Iso(n) formas isoméricas, según la tabla siguiente.

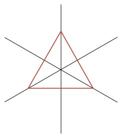
n	Iso (n)
5	3
6	5
7	9
8	18

9	35
10	75

Sin embargo, acepta 4679 formas isoméricas diferentes. Los cálculos más sofisticados llevan el nombre de George Polyá, distinguido matemático, húngaro y educador,[2] que aplicó sistemáticamente el enfoque de la Escuela de Erlangen en su trabajo.

Para la Escuela de Erlangen, impulsada por Félix Klein, el estudio de una figura F en $\mathbf{R}^n$ se reduce al grupo de simetrías *Sim(F)* de F:

a. $e \in Sim(F)$;
b. la composición de dos isometrías u, v $\in Sim(F)$ es isometría;
c. el inverso de una isometría, lo es también.



El grupo de simetrías del triángulo está generado por las reflexiones s_1, s_2, s_3 respecto a cada eje.

2 *"How I need a drink, alcoholic of course, after the heavy chapters involving quantum mechanics"*. (Esto es una regla mnemotécnica para los primeros quince dígitos de π; siendo las longitudes de las palabras los dígitos.)

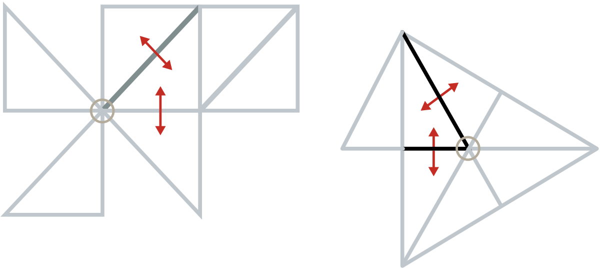
La síntesis de las geometrías, que propuso Klein, como el estudio de las propiedades de un espacio que son invariantes respecto a un grupo de transformaciones, conocido como el Programa de Erlangen (1872), influyó profundamente en el desarrollo matemático posterior. El Programa de Erlangen dio una visión unificada de la geometría que es hoy comúnmente aceptada, ya que incluía tanto a la euclidiana como a las no euclidianas. Klein abogó por modernizar la enseñanza de la matemática en Alemania. En 1905, participó en la formulación de los nuevos planes de estudio. La recomendación principal era la introducción en la enseñanza secundaria de los rudimentos del cálculo diferencial e integral y el concepto de función. En 1908 fue elegido presidente del *International Commission on Mathematical Instruction* en el Congreso Internacional de Matemáticas de Roma. Bajo su guía se publicaron numerosos volúmenes sobre enseñanza de matemática secundaria en Alemania.

Un invento que pone en juego toda la teoría matemática es el caleidoscopio. El principio del caleidoscopio plano es muy simple: se toma uno de

Felix Klein

George Polyá

los dos triángulos excepcionales y por reflexiones se llena el plano.



Angulos a y b que satisfacen $\frac{2\pi}{a} + \frac{2\pi}{b} = 1$. En el primer caso, $a = b = \frac{\pi}{4}$, en el segundo, $a = \frac{\pi}{3}$ y $b = \frac{\pi}{6}$.

Imagen de caleidoscopio plano

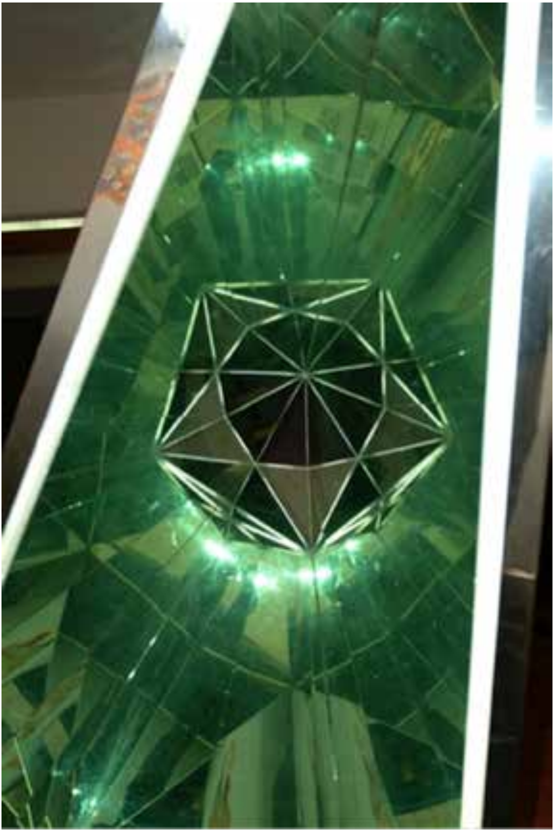
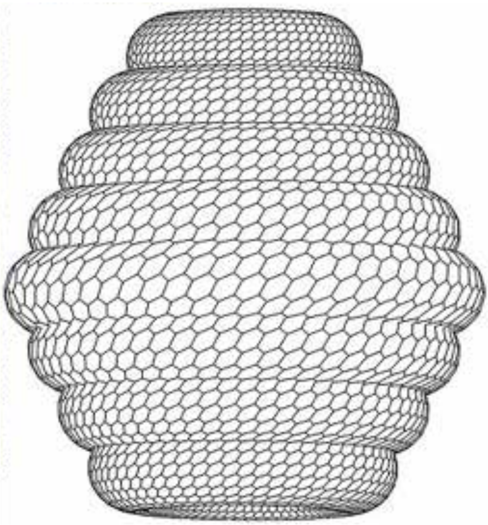


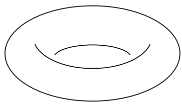
Imagen generada por el grupo del dodecaedro en $\mathbb{R}^3$. Obsérvese que si *a, b, c* son los ángulos dihedrales, entonces $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} > 1$. La imagen corresponde a los caleidoscopios en la Sala de Matemáticas del Museo Universum de la UNAM.

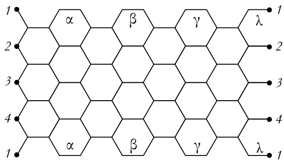
Regreso a los panales. No hay panales planos en la naturaleza, la mayoría tiene una forma de superficie de revolución. En la naturaleza hay muchos fenómenos que presentan estas características: tornados, vórtices, formación de estrellas y otros.



Las características más específicas de las celdas del panal varían de acuerdo con la especie de abeja; el tamaño de la celda varía según la necesidad de la abeja: aproximadamente de 6 milímetros para obreras y de 8 milímetros para zánganos en el caso de *Apis mellifera*. Las diferentes especies del género *Apis* construyen diferentes tamaños de celdas, adecuados a sus respectivas castas.

El sistema de celdas hexagonales determina la forma global del panal, de acuerdo con el siguiente resultado:





Teorema: Un sistema hexagonal que determina una superficie orientable sin frontera es necesariamente un toro (o dona).

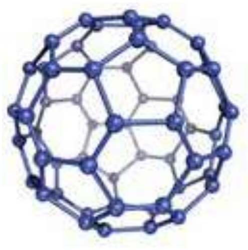
Demostración: como no hay frontera, cada vértice es interno. Así, cada vértice conecta con 3 vecinos y cada arista es común a 2 hexágonos.

$$6C = 2A = 3V \text{ y la fórmula de Euler resulta}$$
$$2 - 2n = \chi(S) = C + V - A = C + 2C - 3C = 0.$$

S tiene un solo agujero, o sea, S es un toro. QED.

También en química se ha establecido la existencia de macromoléculas de formas preestablecidas. Así, en 1985 Harold Kroto, Robert Curl y Richard Smalley sintetizaron el primer fulereno C_{60}. El *fulereno* está formado por 60 átomos de carbono colocados en una formación esférica. Las caras forman hexágonos y pentágonos como en un balón de fútbol. También se puede deducir matemáticamente que estos compuestos tienen necesariamente 12 pentágonos.

Enfatizamos que no existe ninguna molécula de carbones con estructura hexagonal cuya superficie sea una esfera.



Fullereno C_{60}

En la tabla siguiente se calcula el costo de construcción de diferentes tipos de panales, siendo el más económico el *panal tórico*.

RED DE COMPARACIÓN				
Red	Grado	Diámetro	Costo	Ancho de bisección
Computadora conectada a una malla	4	$2\sqrt{n}$	$8\sqrt{n}$	$\sqrt{n}$
Malla hexagonal	6	$1.16\sqrt{n}$	$6.93\sqrt{n}$	$2.31\sqrt{n}$
Malla de panal	3	$1.63\sqrt{n}$	$4.90\sqrt{n}$	$0.82\sqrt{n}$
Toro	4	$\sqrt{n}$	$4\sqrt{n}$	$2\sqrt{n}$
Toro hexagonal	6	$0.58\sqrt{n}$	$3.46\sqrt{n}$	$4.61\sqrt{n}$
Toro de panal	3	$0.81\sqrt{n}$	$2.45\sqrt{n}$	$2.04\sqrt{n}$
Malla romboidal de panal	3	$2.83\sqrt{n}$	$8.49\sqrt{n}$	$0.71\sqrt{n}$
Malla cuadrada de panal	3	$2\sqrt{n}$	$6\sqrt{n}$	$0.5\sqrt{n}$
Toro romboidal de panal	3	$1.06\sqrt{n}$	$3.18\sqrt{n}$	$1.41\sqrt{n}$
Toro rectangular de panal	3	$\sqrt{n}$	$3\sqrt{n}$	$\sqrt{n}$

Redes sociales y otras redes

Una *red social* es una estructura social compuesta por un conjunto de actores (tales como individuos u organizaciones) que están relacionados de acuerdo con algún criterio (relación profesional, amistad, parentesco, etc.). Normalmente se representan simbolizando a los actores como nodos y a las relaciones como líneas que los unen. El tipo de conexión representable en una red social es una relación diádica.

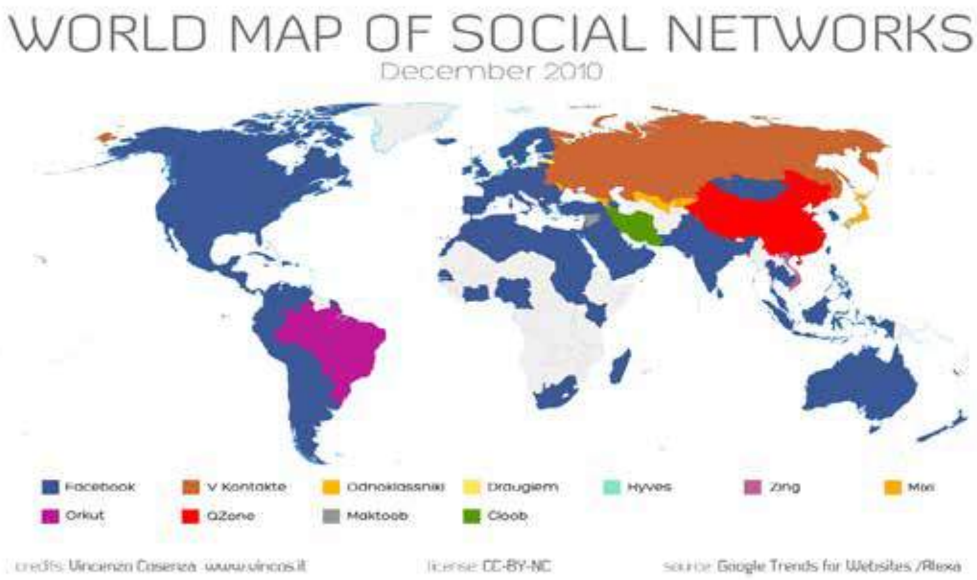
Las investigaciones han mostrado que las redes sociales constituyen representaciones útiles en muchos niveles, desde las relaciones de parentesco hasta las relaciones de organizaciones a nivel estatal (se habla en este caso de redes políticas), desempeñando un papel crítico en la determinación de la agenda política y el grado en el cual los individuos o las organizaciones alcanzan sus objetivos o reciben influencia.

El análisis de redes sociales estudia esta estructura social aplicando la *teoría de gráficas* e identificando las entidades como "nodos" o "vértices" y las relaciones como "enlaces" o "aristas". La estructura de la gráfica resultante es a menudo una red compleja. Como se ha dicho, en su forma más simple una red social es un mapa de todos los lazos relevantes entre todos los nodos estudiados.

Redes sociales de "chateo" son extremadamente populares: cuentan con más de 200 millones de usuarios.

Las redes sociales más populares son:

1. My Space	56 000 000
2. Adult Friend Finder	21 000 000
3. Friendster	21 000 000
4. Tickle	20 000 000
5. Black Planet	17 000 000


WORLD MAP OF SOCIAL NETWORKS
December 2010
Facebook
V Kontakte
Odnoklassniki
Draugiem
Hyves
Zing
Mixi
Orkut
QZone
Maktoob
Cloob
credits: Vincenzo Cosenza www.vincos.it
license: CC-BY-NC
source: Google Trends for Websites /Alexa

La base del crecimiento de estas redes es Internet. *Internet* es un conjunto descentralizado de redes de comunicación interconectada que utilizan la familia de protocolos TCP/IP, lo cual garantiza que las redes físicas heterogéneas que la componen formen una red lógica única de alcance mundial. Sus orígenes se remontan a 1969, cuando se estableció la primera conexión de computadoras, conocida como ARPANET, entre tres universidades en California.

Uno de los servicios que más éxito ha tenido en Internet ha sido la World Wide Web (WWW o la Web), hasta tal punto que es habitual la confusión entre ambos términos. La WWW es un conjunto de protocolos que permite, de forma sencilla, la consulta remota de archivos de hipertexto. Ésta fue un desarrollo posterior (1990) y utiliza Internet como medio de transmisión. La Web consiguió en sólo 4 años los 50 millones de usuarios que la radio consiguió en 38 años.

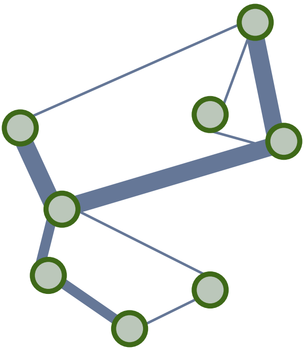
Las redes (en particular, las sociales) presentan características emergentes especiales como veremos a continuación.

Crecimiento y uso político

Durante las revueltas conocidas como la Primavera Árabe se derribaron los gobiernos de Egipto, Túnez y Libia, tras sólo un mes de protestas organizadas a través de Facebook y Twitter. Además de tomar las calles, los manifestantes reclutaban adeptos por estas vías y burlaban el cerco de la policía.

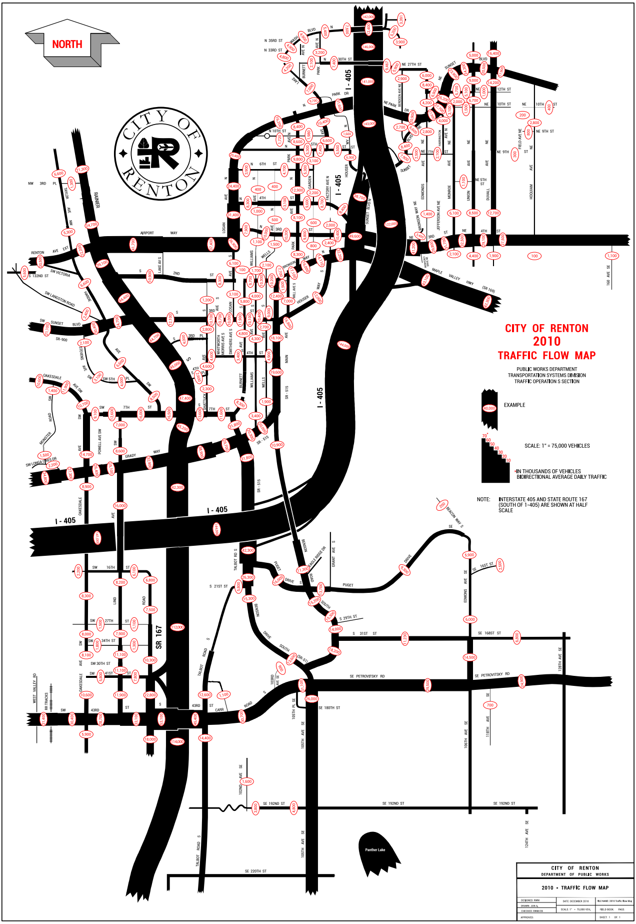
Tránsito.

Ilustramos con el mapa de una ciudad.



$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

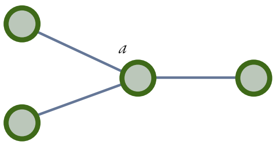
Gráfica de cruces y Matriz de cruces


NORTH
CITY OF RENTON
CITY OF RENTON
2010
TRAFFIC FLOW MAP
PUBLIC WORKS DEPARTMENT
TRANSPORTATION SYSTEMS DIVISION
TRAFFIC OPERATION S SECTION
EXAMPLE
40,000
SCALE: 1" = 75,000 VEHICLES
*IN THOUSANDS OF VEHICLES
BIDIRECTIONAL AVERAGE DAILY TRAFFIC
NOTE: INTERSTATE 405 AND STATE ROUTE 167 (SOUTH OF 1-405) ARE SHOWN AT HALF SCALE
I - 405
SR 167
SR - 515
Panther Lake
CITY OF RENTON
DEPARTMENT OF PUBLIC WORKS
2010 - TRAFFIC FLOW MAP

Para estudiar el flujo en los diferentes cruces, calculamos el valor propio maximal y su vector propio.

Google

Consideremos la siguiente red simple con 4 vértices. Sea A la matriz de adyacencia. Todo vector propio u satisface Au = r u, para cierto número complejo r. El conjunto de los r forma el espectro de A.



$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \mathrm{A}$$

En el ejemplo dado, se tiene un vector propio u con valor propio r,

$$\mathrm{A}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ c \\ 1 \end{bmatrix} = r\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ c \\ 1 \end{bmatrix}, \text{luego } c = r \text{ y } 3 = rc.$$

Entonces podemos elegir $r > 0$ y $c = \sqrt{3}$. Todas las entradas de u son > 0. Se dice que u es un *vector de Perron* de la matriz A. El siguiente *Teorema* fue demostrado por Oskar Perron en 1906 (casi un siglo antes que la creación de Google).

Teorema: Si A es una matriz cuadrada con entradas positivas, entonces A tiene un vector de Perron.

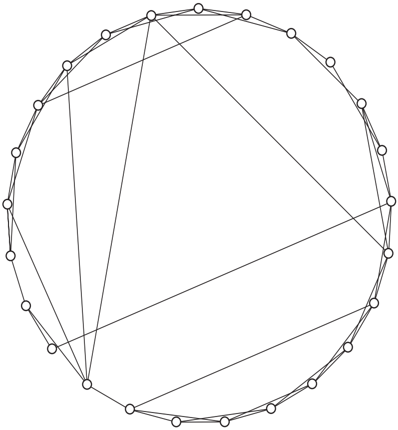
Ante una consulta a Google (suponiendo por un momento que la red de páginas Web y links sea la dada por 4 vértices), la computadora nos da como respuesta en primer lugar a página *a*, enseguida cualquiera de las otras 3 (no tiene forma de distinguirlas). Ésta es esencialmente la forma en que opera el algoritmo de Google (más otro algoritmo con enfoque más comercial, que determina lo que se cobra a los anunciantes). ¡La efectividad de las matemáticas, no sólo en física!

Mundos pequeños

En la década de 1960 el psicólogo Stanley Milgram empezó un experimento que denominó *experimento del Mundo Pequeño* en la Universidad de Harvard, llegando a la conclusión de que se podía conectar a dos personas en Estados Unidos con tan sólo seis saltos de media, este fenómeno se denominó: seis grados de separación. Con este experimento se empezó la investigación de una cierta categoría de redes de mundo pequeño.

Una *red de mundo pequeño* es un tipo de gráfica para el que la mayoría de los nodos no son vecinos entre sí, y sin embargo pueden ser alcanzados desde cualquier nodo origen a través de un número relativamente corto de saltos entre ellos. Una red social, donde los nodos son personas y los enlaces son el conocimiento/relación entre ellos, captura muchos de los fenómenos de las redes de mundo pequeño. Pronto se empezaría a ver que las redes de mundo pequeño son más frecuentes de lo que se presupone y pronto aparecieron otras redes bajo esta categoría: un ejemplo muy claro es la topología de Internet. Este fenómeno ha dado la posibilidad de aplicación de este tipo de redes en diferentes áreas de la ciencia como puede ser el modelado de redes sociales (explica fenómenos como la transmi-sión de *chismes*), física, biología (explica funciones de macromoléculas, como las proteínas), epidemiología (rapidez de contagio), etcétera.

Otro ejemplo, bien conocido en matemáticas, se refiere al cálculo del *número de Erdős* (que es unmodo de describir la *distancia co-laborativa*, en lo relativo a trabajos matemáticos entre un autor y Erdős). El término fue acuñado



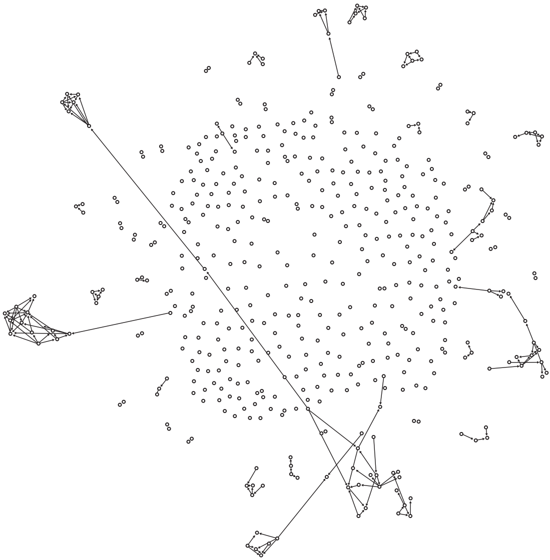
En una red de "mundos pequeños" se llega desde cualquier vértice a otro en (relativamente) pocos pasos.

en honor al matemático húngaro Paul Erdős, uno de los escritores más prolíficos de trabajos matemáticos.

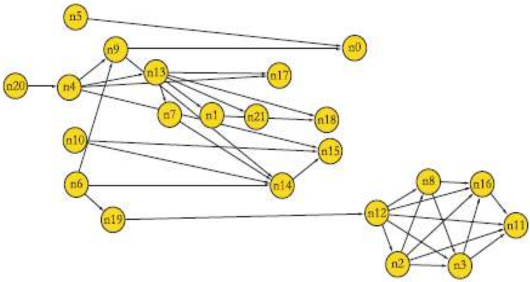
La influencia de artículos científicos (proyecto con Juan Antonio Pichardo)

Desde 1960, en que nació la cienciología y luego la bibliometría con los trabajos de Derek de Solla Price, se observó que la colaboración (medida en citas a literatura especializada) en América Latina entre científicos del mismo país era escasa.

Así se manifiesta en la gráfica de colaboración entre matemáticos mexicanos.



Localizamos la mayor componente conexa de esta gráfica (contiene 20 artículos, cuyos autores damos abajo):

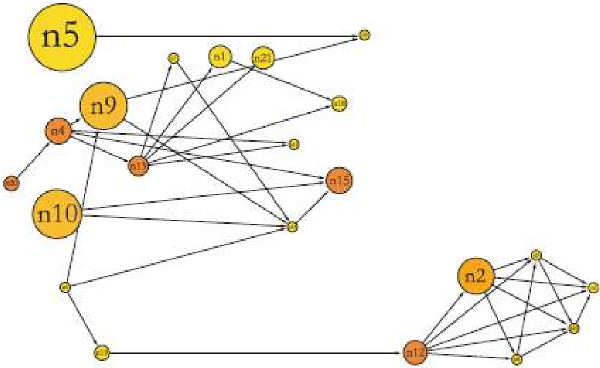


Vértice	Referencia
n0	Vossieck D, 2001, J Algebra, V243, P168.
n1	De la Pena JA, 1991, Commun Algebra, V19, P1795.
n4	Bautista R, 1983, J Lond Math Soc, V27, P212.
n5	Hughes D, 1983, P Lond Math Soc, V46, P347.
n6	JA de la Peña and Martinezvilla R, 1983, Invent Math, V72, P359,
n7	De la Pena JA, 1990, J Pure Appl Algebra, V64, P303,
n8	Geiss C, 2007, J Lond Math Soc, V75, P718,

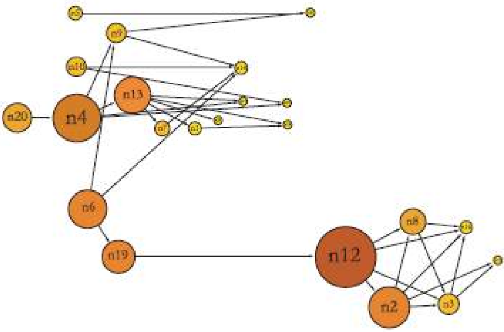
Vértice	Referencia
n9	Bautista R, Gabriel, Roiter, Salmerón, 1985, Invent Math, V81, P217,
n10	JA de la Peña and Martinezvilla R, 1983, J Pure Appl Algebra, V30, P277,
n12	Geiss C, 2005, Ann Sci Ecole Norm S, V38, P193,
n13	JA de la Peña, 1988, Manuscripta Math, V61, P183.
n14	Geiss C, 1993, Arch Math, V60, P25,
n15	Assem I and JA de la Peña, 1996, Commun Algebra, V24, P187,
n17	De la Peña JA 1993, J Algebra, V161, P171,
n18	De la Peña JA, 1996, Invent Math, V126, P287,
n19	Bautista R, 1985, Comment Math Helv, V60, P392,
n20	Bautista R, 1982, J Lond Math Soc, V26, P43.
n21	De la Peña JA, 1992, T Am Math Soc, V329, P733.
n11	Geiss C, 2012, J Am Math Soc, V25, P21.
n2	Geiss C, 2006, Invent Math, V165, P589,
n3	Geiss C, 2008, Ann I Fourier, V58, P825.
n16	Geiss C, 2011, Adv Math, V228, P329,

Damos peso a estos artículos de acuerdo con el número de citas recibidas.

Obtenemos la gráfica siguiente:



¿Es el artículo 5 el más influyente? Pocos matemáticos recuerdan a Hughes (quien en la época de su artículo trabajaba en Puebla). En contraste, la siguiente gráfica se obtiene dando el peso relativo al grado de influencia de los artículos. ¿Cómo definimos la influencia?



Sea c_{ij} el número de caminos orientados de i en j. Observemos que

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} c_{ik}\, c_{kj}$$

es decir, los caminos tienen estructura de álgebra matricial. Llamamos

$$c_{ij}^{(k)}$$

a los caminos de longitud k. Se satisface:

$$c_{im}^{(k)}\, c_{mj}^{(l)} \leq c_{ij}^{(k+l)} \text{ y } \sum_{m=1}^{n} \sum_{k+l=1}^{\infty} c_{im}^{(k)}\, c_{mj}^{(l)} = c_{ij}.$$

Tomamos números $p_k > 0$, de forma que la serie

$$p(x) = \sum_{k=1}^{\infty} p_k x^k$$

sea absolutamente convergente. La *p-influencia* de i en j es:

$$I_p(i,j) = \sum_{k=1}^{\infty} p_k \; c_{ij}^{(k)}.$$

Por razones de exposición (pero no únicamente, aunque no abordaremos otras), supondremos que $p_k = \frac{1}{k!}$ (el inverso del factorial).

De manera que

$$e^x = \sum_{n=1}^{\infty} p_n x^n$$

es la función exponencial y los caminos de longitud k tienen un peso de p_k. A la e-influencia de i en j la llamamos simplemente *influencia* de i en j. La influencia del vértice i es

$$I(i) = \sum_{j=1}^{n} I(i,j).$$

El proyecto con Juan Antonio Pichardo trata de construir una aplicación electrónica que calcule la función $I(i)$ para cualquier área de conocimiento (en el ámbito mexicano, digamos).

Conclusiones: si bien los ejemplos antes mostrados fueron elegidos *ad-hoc* por ser atractivos y están sesgados de acuerdo con preferencias estéticas y académicas del autor, esperamos que algunos elementos queden claros (o aclarados):

1. Las matemáticas se encuentran en todos los problemas y en todas las ciencias.
2. Las matemáticas no son perfectas (ni sus métodos ni sus resultados) ni infalibles, ni la solución de los problemas es asunto (únicamente) de inspiración del autor.
3. Problemas matemáticos pueden tardar años o siglos en resolverse. Las herramientas para hacerlo, generalmente, no habían sido aún desarrolladas.
4. La belleza de las matemáticas se encuentra en el proceso de resolver problemas (entender) y en lograrlo (¡Eureka!).
5. La tecnología está cambiando al mundo (la educación, el empleo...), tenemos que adecuar las matemáticas a este desafío. Usar las redes de comunicación masiva para discutir y resolver problemas entre muchas personas que proba-

blemente no se conocen. Intentar cosas nuevas que no se hayan tratado. Entre otros proyectos colaborativos y masivos encontramos: el proyecto de redes científicas[3] dirigido por Conacyt, el Polymath Project[4] dirigido desde Estados Unidos por Terence Tao y Tim Gowers.

3 Recientemente, fue aprobada la creación de la *Red de Enfermedades de mal plegamiento de proteínas,* también conocidas como amiloidosis, que se caracterizan por la formación de capas de residuos proteínicos que se acumulan irreversiblemente. Entre otras, estas enfermedades incluyen el Alzheimer, el Parkinson, el Huntington, la diabetes tipo 2 y otras.

4 El *Polymath Project* (Proyecto Polymath) es una colaboración entre matemáticos para resolver problemas matemáticos difíciles e importantes, coordinando numerosos matemáticos para que se comuniquen entre ellos y encuentren el major camino a la solución. El Proyecto inició en enero de 2009 con el blog de Tim Gowers cuando publicó un problema y pidió a sus lectores publicar ideas y avances parciales hacia una solución. Este experimento dio como resultado una nueva respuesta a un problema difícil, y desde entonces el Polymath Project se ha expandido para describir un proceso particular de utilizar una colaboración en línea para resolver cualquier problema matemático.

RESPUESTA AL DISCURSO DE INGRESO DE JOSÉ ANTONIO DE LA PEÑA COMO MIEMBRO DE EL COLEGIO NACIONAL

Jaime Urrutia Fucugauchi

La ceremonia de ingreso de un nuevo miembro de El Colegio Nacional es motivo de orgullo y bene-plácito. Les agradecemos mucho a todos ustedes el que nos acompañen en esta noche especial. Valora-mos muchísimo su asistencia.

José Antonio de la Peña es un matemático sobre-saliente con una destacada trayectoria académica y numerosas contribuciones a la ciencia, la educación, la creación de nuevos programas. Agradecemos y felicitamos a José Antonio por la presentación de la lección inaugural sobre estructura y forma en la naturaleza en el marco de su ingreso a El Colegio Nacional.

En El Colegio están representadas las diferentes corrientes de pensamiento: en las áreas de ciencias exactas, naturales, biomédicas y de la salud, sociales, humanidades y artes y letras.

A lo largo de los años, desde su creación en 1943, ha agrupado a destacados investigadores, escritores, artistas, filósofos, médicos, ingenieros, arquitectos, juristas, historiadores... Cuenta o ha contado con 99 miembros, 100 ahora con el ingreso de José An- tonio. Y revisando la lista de los miembros, José Antonio nos comenta que lo importante no es contar sino saber cómo y qué contar, y yo supongo que eso refiere a contar el número de matemáticos en El Colegio. Como ya nos comentó Alejandro, es mucho más fácil, son sólo tres. Entonces es muy interesante que tengamos a José Antonio como nuevo miembro.

Primero, José Adem ingresó en 1960, Samuel Gitler en 1986 y ahora José Antonio. Tomó 17 años el ingreso de José Adem, 26 más el ingreso de Samuel y ahora 31 con José Antonio; entonces podemos hacer una serie y ver si converge en algún lugar, a un número finito o a divergir al infinito con el tiempo, lo cual es interesante.

Entre los miembros hemos tenido algunos muy destacados, ha habido casi setenta Premios Nacio-nales de Ciencias y Artes, tres Premios Nobel, seis premios Príncipe de Asturias y cuatro Premios

Cervantes, y bueno, han recibido numerosas dis-tinciones. Entonces realmente es un orgullo el que tengamos a El Colegio Nacional como parte de las instituciones académicas en el país.

José Antonio realizó sus estudios en la Facultad de Ciencias de la UNAM, donde concluyó su licen-ciatura en 1980, la maestría en 1981 y el doctorado en 1983. Posteriormente realizó una estancia pos-doctoral en la Universidad de Zurich, en Suiza, con el profesor Pierre Gabriel, que ya nos comentó José Antonio, y a su regreso ingresó como investigador del Instituto de Matemáticas en la UNAM del cual fue su director en dos periodos, y donde actualmen-te es investigador titular C.

Su trabajo se especializa en un rango muy amplio de temas y, en su parte inicial, en la teoría de repre-sentaciones de álgebras, área en la que ha publicado la mayor parte de su producción académica, más de 100 artículos, y cuenta con un número bastante grande de citas.

En sus trabajos iniciales demostró una de las conjeturas, que son estas cosas matemáticas que se piensa que son ciertas pero no hay manera de pro-barlas, una conjetura de Pierre Gabriel que ha sido fundamental para la clasificación de las álgebras de tipo de representaciones finitas, y fue considerada en su momento una de las contribuciones impor-tantes en la década.

En otro de sus artículos muy influyentes, introdujo técnicas de análisis en la teoría de representaciones.

Lo que tiene que ver con la conjetura y la clasificación de álgebras, y también con las representa-ciones finitas es parte de lo que nos comentó con los puntitos y las conexiones y la cantidad enorme de combinaciones que se producen. Cuenta ade-más con muchos otros trabajos influyentes, más de 100, en un número bastante grande de revistas y es, José Antonio, una de las excepciones a la regla que siempre comentan de que en matemáticas se publi-ca poco, pero de alta calidad y José Antonio se ha distinguido por publicar más y de mayor calidad.

Su trabajo ha contribuido a la comprensión de las álgebras llamadas mansas, que en inglés se oye un poco mejor, y a la estructura de las categorías de los módulos asociados a las formas cuadráticas, lo cual le mereció la distinción del Premio de la TWAS, la

Academia de Ciencias del Tercer Mundo, hace ya varios años, en 2002.

José Antonio ha seguido una trayectoria de im-partir conferencias en congresos y también en el tema de divulgación. Creo que es uno de los divul-gadores más activos en el área de matemáticas, y ha sido ponente invitado en un número de congresos importantes: entre ellos el Congreso Mundial de Representaciones de Álgebra, en donde, en varias ocasiones, ha sido invitado como ponente plenario.

En años recientes ha incursionado en la teoría espectral de gráficas y las aplicaciones en química, sobre la cual también ha publicado, alrededor de 20 artículos, incluyendo la parte de las fórmulas es-tructurales para las moléculas de hidrocarbonos en tres dimensiones.

También en años recientes sus intereses y ampli- tud de curiosidades se han dirigido hacia las redes, en particular, las que se ocupan de las enfermedades neurodegenerativas; estas redes tienen un plan-teamiento multidisciplinario, que ha derivado re-cientemente en la propuesta de la Fundación para Enfermedades Neurodegenerativas.

En la formación de recursos humanos ha tenido un impacto fuerte, ha dirigido siete tesis de docto-rado, dos de ellas han recibido el Premio Weizmann de mejor tesis doctoral del año en la Academia Mexicana de Ciencias; y bueno, sus estudiantes de doctorado tienen ya posiciones en diferentes uni-versidades, algunos de ellos fuera del país. También ha dirigido a un número grande de estudiantes de otros países.

Ha sido invitado a numerosas universidades, par-ticipado, como comentaba ya, en conferencias; ha impartido cursos en diferentes países: en Europa, en Norteamérica, Sudamérica, Japón, China y ha sido, creo, uno de los profesores, de los mentores más ac-tivos que tenemos en el área de matemáticas.

Es también autor de libros de texto, incluye el álgebra lineal avanzada, que se usa aquí en México y América Latina; el Fondo de Cultura Económi-ca le publicó: *El álgebra en todas partes*, que es uno de los seleccionados para las bibliotecas de aula; ha dictado conferencias y fomentado vocaciones de muchísimos muchachos y muchachas, en esta área en donde yo creo que en el país necesitamos mucho. Y como parte de este trabajo le tocó dirigir y diseñar la construcción de la sala de matemáticas en el Museo Universum, que también ya comentó junto con sus colegas.

Como director del Instituto de Matemáticas inició programas de capacitación para profesores de bachillerato, programas de divulgación; elabo-ración de páginas electrónicas y también ha organi-zado entrevistas con distintos matemáticos aquí en nuestro país.

Fue presidente de la Academia, en donde creó el programa: *La Ciencia en tu Escuela*, para capaci-tación de maestros de primaria y secundaria, y que ha tenido, mucho éxito. Asimismo fue coordinador del Foro Consultivo Científico y Tecnológico, y ha participado en la organización de congresos y de vinculación entre ciencia y empresa.

Como director adjunto del Conacyt fue responsable de la creación de redes temáticas como la que se refirió hace un momento José Antonio, que actualmente reúne a un número bastante grande de investigadores en torno a varias de las problemáti-cas multidisciplinarias que tenemos. Entiendo que debe haber más de 20 redes al momento.

Recientemente, como director general del Centro de Investigación de Matemáticas, el CIMAT, del Conacyt, impulsó el fortalecimiento de las unida-des foráneas, con la creación de sedes del CIMAT en Aguascalientes, Zacatecas, Monterrey, Oaxaca y también en Mérida.

En Oaxaca se estableció un centro de investiga-ción del programa BIRS (Banff International Re-search Station/Estación Internacional de Investiga-ción de Banff para la Innovación y Descubrimiento Matemático) de Canadá, en donde se organizan múltiples encuentros internacionales. Esto, creo que es una de las actividades en las que más huella ha dejado José Antonio: la parte de creación de nuevas iniciativas y programas.

Ha sido presidente de la Sociedad de Matemá-ticas Mexicana, también de la Academia Mexicana de Ciencias, primer coordinador del Foro Con-sultivo; presidente también del Consejo Ejecutivo de la Unión Matemática de América Latina y del Caribe, y de numerosos organismos y sociedades internacionales.

Su trabajo que hoy, de hecho, distinguimos con el ingreso a El Colegio Nacional, ha recibido reconocimientos anteriormente, entre ellos el Premio Universidad Nacional para Jóvenes Académicos, el Premio de la Academia Mexicana de Ciencias, el Premio TWAS, el Premio Nacional de Ciencias y Artes y el Premio Humboldt, y recientemente, en 2012, recibió el Premio Universidad Nacional.

Yo creo que este breve resumen de la trayecto-ria de José Antonio nos muestra las razones por las cuales es ahora miembro de El Colegio Nacional. Estamos convencidos que el ingreso de José Anto-nio como nuevo miembro contribuirá a incremen-tar y ampliar las actividades de El Colegio.

A nombre de todos los colegas y de los múltiples amigos aquí presentes, José Antonio, muchísimas felicitaciones, ¡felicidades y los mejores deseos! Muchas gracias.

ÍNDICE

Estructura y forma en la naturaleza se terminó de im-primir en el mes de diciembre de 2017 en Hemes Impresores, Cerrada Tonantzin 6, Col. Tlaxpana, Del. Miguel Hidalgo, C. P. 11370, Ciudad de México. En su composición se usó tipo Garamond Premiere Pro 13:14, 11:12 puntos. La edición consta de 500 ejem-plares. Dirección editorial: Alejandro Cruz Atienza. Coordinación editorial: María Elena Ávila Urbina. Formación: Sandra Gina Castañeda Flores. Correc-ción: Ernestina Loyo y Jorge Sánchez Casas. Fotografía y diseño de portada: Gerardo Márquez Lemus.